Inspectoratul Şcolar Judeţean Brăila
Şcoala Gimnazială „Vasile Alecsandri” Brăila
Societatea de Ştiinţe Matematice din România, filiala Brăila

Concursul Interjudeţean de Matematică “Math For You”
Ediţia a II-a, 18 mai 2019

CLASA A VIII-A, SOLUŢII ŞI BAREME ORIENTATIVE

1. Se consideră numerele naturale a și b, mai mari decât 3. Dacă $S = a + b$ și $P = a \cdot b$, atunci demonstrați că $2 \cdot S + 1 < \frac{a(b+3)}{2} + b < 2 \cdot P + 1$.

Daniela Stănică, Brăila

Soluţie.

$2 \cdot S + 1 < \frac{a(b+3)}{2} + b \Leftrightarrow (b-1)(a-2) > 4 \ (A)$ **3p**

$\frac{a(b+3)}{2} + b < 2 \cdot P + 1 \Leftrightarrow (b-1)(3a-2) > 0 \ (A)$ **4p**

2. Determinați numerele raționale pozitive x și y pentru care avem:

$$\frac{x+y}{2} + \sqrt{xy} = \frac{2+\sqrt{3}}{2}.$$

Gazeta Matematică

Soluţie.

$\left(\sqrt{x} + \sqrt{y}\right)^2 = 2 + \sqrt{3}$ **3p**

$\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{2+\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{3}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}}$ **3p**

$x = \frac{3}{2}, y = \frac{1}{2}$ sau $x = \frac{1}{2}, y = \frac{3}{2}$ **1p**

3. Fie cubul $ABCDA'B'C'D'$ şi $BC' \cap B'C = \{O\}$, $A'C' \cap B'D' = \{O'\}$. Dacă S şi T sunt mijloacele segmentelor $[AO]$ şi $[D'O']$, atunci demonstraţi că $ST \parallel (A'BC')$.

Daniela Stănică şi Nicolae Stănică, Brăila

Soluţie.
Notăm $AB = 4x$.
Dacă R este mijlocul segmentului $[A'O]$, atunci $[RS]$ este linie mijlocie în triunghiul $A'OA \Rightarrow RS \parallel AA'$ şi $RS = \dfrac{AA'}{2} = 2x$. (1)…………………………….***3p***

Fie $AC \cap BD = \{O''\}$, N mijlocul segmentului $[DO'']$ şi $NT \cap BO' = \{Q\}$. Avem $TO' = \dfrac{D'O'}{2} = \dfrac{NB}{3}$ şi cum $TO' \parallel NB \overset{T.f.a.}{\Rightarrow} \Delta QTO' \sim \Delta QNB \Rightarrow QT = 2x$.

Obţinem $QT \parallel DD' \parallel AA'$ şi $QT = 2x$. (2)……………………………………...***3p***

Din (1) şi (2) $\Rightarrow RSTQ$ este paralelogram $\Rightarrow \begin{cases} ST \parallel RQ \\ RQ \subset (A'BC') \end{cases} \Rightarrow ST \parallel (A'BC')$.…***1p***