



**Concursul Județean de Matematică “Math For You”
 Ediția I, 31 martie 2018**

CLASA A VIII-A, SOLUȚII ȘI BAREME ORIENTATIVE

1. Se consideră cubul $ABCD A' B' C' D'$ de latură 6 cm, M mijlocul muchiei $B' C'$ și punctul $P \in (BB')$ astfel încât suma $AP + PM$ să aibă valoarea minimă. Calculați distanța de la punctul P la planul (ACM) .

Ciprian Ștefănescu, Brăila

Soluție.

Desfășurăm suprafața laterală, $AP + PM$ minimă $\Rightarrow A, P, M$ coliniare1p

$\Delta B' P M \sim \Delta A' A M \Rightarrow B' P = 2$ cm.....1p

Fie Q mijlocul $[A' B'] \Rightarrow QM \parallel AC, D' B' \cap QM = \{S\}, DB \cap AC = \{O\}$

Construim $PR \perp SO; AC \perp (DBB') \Rightarrow AC \perp PR \Rightarrow PR \perp (ACM)$ 2p

$SO = \frac{9\sqrt{2}}{2}; A_{\Delta SOP} = A_{SOBB'} - A_{\Delta SB'P} - A_{\Delta BOP} = 6\sqrt{2}$ cm².....2p

$A_{\Delta SOP} = \frac{PR \cdot SO}{2} \Rightarrow PR = \frac{8}{3}$ cm1p

2. Dacă $a^2 + b^2 - 2\sqrt{3}a - 4\sqrt{2}b + 11 \leq 0, a, b \in \mathbb{R}$, atunci arătați că numărul

$c = a \cdot \left| 2\sqrt{2} - 3\sqrt{3} \right| + \frac{b}{\left| \sqrt{3} - \sqrt{2} \right|}$ este număr natural.

Revista de Matematică din Brăila, Mirela Tarța

Soluție.

$a^2 + b^2 - 2\sqrt{3}a - 4\sqrt{2}b + 11 = (a - \sqrt{3})^2 + (b - 2\sqrt{2})^2 \leq 0 \Rightarrow a = \sqrt{3}, b = 2\sqrt{2}$ 3p

$$c = a \cdot |2\sqrt{2} - 3\sqrt{3}| + \frac{b}{|\sqrt{3} - \sqrt{2}|} = \sqrt{3}(3\sqrt{3} - 2\sqrt{2}) + 2\sqrt{2}(\sqrt{3} + \sqrt{2}) = 13 \in \mathbb{N} \dots\dots 4p$$

3. Fie mulțimea $A = \left\{ \frac{1}{abc} \mid \overline{abc} = x^2 + 3x + 2, x \in \mathbb{N} \right\}$. Calculați suma elementelor mulțimii A .

Daniela și Nicolae Stănică, Brăila

Soluție.

$$x^2 + 3x + 2 = (x+1)(x+2) \Rightarrow \frac{1}{abc} = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \dots\dots\dots 3p$$

$$\text{Cel mai mic element al mulțimii } A \text{ este } \frac{1}{110} = \frac{1}{10} - \frac{1}{11} \dots\dots\dots 1p$$

$$\text{Cel mai mare element al mulțimii } A \text{ este } \frac{1}{992} = \frac{1}{31} - \frac{1}{32} \dots\dots\dots 1p$$

$$\text{Suma elementelor mulțimii } A \text{ este egală cu } \frac{11}{160} \dots\dots\dots 2p$$