



**Concursul Interjudețean de Matematică “Math For You”
 Ediția a II-a, 18 mai 2019**

CLASA A VII-A, SOLUȚII ȘI BAREME ORIENTATIVE

1. Arătați că nu există numere prime p astfel încât $p^2 + 1147 < 68p$.

Nicolae Stănică, Brăila

Soluție.

$$p^2 + 1147 < 68p \Leftrightarrow (p - 31)(p - 37) < 0 \dots\dots\dots 4p$$

$$31 < p < 37 \text{ și } p \text{ număr prim} \Rightarrow p \in \emptyset \dots\dots\dots 3p$$

2. Folosind, eventual, egalitatea $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 31^2 = 10416$, calculați suma $S = 3 + 5 + 8 + 12 + \dots + 467$.

Daniela Stănică, Brăila

Soluție.

$$\text{Deoarece } 467 = 2 + (1 + 2 + 3 + \dots + 30) \Rightarrow \dots\dots\dots 2p$$

$$S = (2 + 1) + (2 + 1 + 2) + (2 + 1 + 2 + 3) + \dots + (2 + 1 + 2 + 3 + \dots + 30) \dots\dots\dots 1p$$

$$S = \left(2 + \frac{1 \cdot 2}{2}\right) + \left(2 + \frac{2 \cdot 3}{2}\right) + \dots + \left(2 + \frac{30 \cdot 31}{2}\right) \text{ sau} \dots\dots\dots 1p$$

$$S = \left(2 + \frac{2^2 - 2}{2}\right) + \left(2 + \frac{3^2 - 3}{2}\right) + \dots + \left(2 + \frac{31^2 - 31}{2}\right) \text{ sau} \dots\dots\dots 1p$$

$$S = 2 \cdot 30 + \frac{1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 31^2}{2} - \frac{1 + 2 + 3 + \dots + 31}{2} \text{ sau} \dots\dots\dots 1p$$

$$S = 60 + \frac{10416}{2} - \frac{496}{2} = 5020 \dots\dots\dots 1p$$

3. Se consideră pătratele $ABCD$, $BDPQ$, $C \in \text{Int}BDPQ$ și $AB=4$ cm. Dacă bisectoarea unghiului $\sphericalangle DPB$ intersectează dreapta AC în S , atunci demonstrați că $SD \cdot SQ = 16\sqrt{2}$ cm.

Daniela Stănică, Brăila

Soluție.

B, C, P coliniare.....**1p**

$AC \parallel DP \Rightarrow \sphericalangle CSP \equiv \sphericalangle DPS \equiv \sphericalangle CPS \Rightarrow \triangle SCP$ isoscel $\Rightarrow SC = CP = 4$ cm

$SC = DC = CQ = 4$ cm $\Rightarrow \triangle DSQ$ dreptunghic în S**3p**

Dacă $SM \perp DC, M \in (DC) \Rightarrow \triangle CSM \sim \triangle CAD \Rightarrow \frac{SM}{4} = \frac{4}{4\sqrt{2}} \Rightarrow SM = 2\sqrt{2}$ cm...**2p**

$SD \cdot SQ = SM \cdot DQ = 16\sqrt{2}$ cm.....**1p**