Inspectoratul Şcolar Judeţean Brăila
Şcoala Gimnazială „Vasile Alecsandri” Brăila
Societatea de Ştiinţe Matematice din România, filiala Brăila

Concursul Interjudeţean de Matematică “Math For You”
Ediţia a II-a, 18 mai 2019

CLASA A V-A, SOLUŢII ŞI BAREME ORIENTATIVE

1. Se consideră $a = n^2 \cdot (n+1)^2 + 1,$ unde n este număr natural nenul. Arătați că numărul $A = 2016^a + 2017^a + 2018^a + 2019^a$ este divizibil cu 10.

Gazeta Matematică

Soluţie.

n și $n+1$ sunt numere naturale consecutive $n \cdot (n+1) \vdots 2 \Rightarrow n \cdot (n+1) = 2k$ ***2p***

$n^2 \cdot (n+1)^2 = 4k^2,$ deci a este de forma $4t+1$ ***2p***

$U(2016^a) = 6, U(2017^a) = 7, U(2018^a) = 8, U(2019^a) = 9$ ***2p***

Obținem $U(A) = 0 \Rightarrow A \vdots 10$ ***1p***

2. Numărul $\overline{abc}$ verifică simultan următoarele condiţii:

i) $\overline{abc}$ împărţit la 5 dă restul 0;
ii) $\overline{abc}$ împărţit la n dă câtul 36 şi restul 1;
iii) $\overline{abc}$ împărţit la p dă câtul 32 şi restul 5.

Arătaţi că numerele naturale n şi p sunt consecutive.

Nicolae Stănică, Brăila

Soluţie.

$\overline{abc} = 36n + 1 = 32p + 5 \Rightarrow 9n = 8p + 1$ ***2p***

Analizând formele lui p obținem $p = 9k + 1, k$ număr natural nenul ***1p***

Avem $\overline{abc} = 288k + 37,$ k număr natural nenul...***2p***

Pentru $k = 1 \Rightarrow \overline{abc} = 325;$ $k = 2 \Rightarrow \overline{abc} = 613;$ $k = 3 \Rightarrow \overline{abc} = 901$ ***1p***

325 verifică și prima condiție a problemei $\Rightarrow n=9, p=10$……………………….***1p***

3. Determinaţi numerele naturale de forma $\overline{abc}$ ştiind că:

$$1+3+5+7+...+\overline{bc}=\overline{abc}.$$

Elena Drăgan, Râmnicu-Vâlcea

Soluţie.

$\overline{bc}=2k+1,\ \ k\in\mathbb{N}$, atunci $S=1+3+...+\overline{bc}=1+3+...+(2k+1)=(k+1)^2$ ***2p***

$S=\overline{abc}=\left(k+1\right)^2\Rightarrow u\left(c\right)\in\left\{1,5,9\right\}$ ***1p***

$c=1\Rightarrow\overline{ab1}\in\left\{11^2,19^2,21^2,29^2,31^2\right\}\Rightarrow\overline{b1}\in\left\{21,41,61\right\}$

$\overline{b1}=21\Rightarrow S=\overline{a21}=121,\overline{b1}=41\Rightarrow S=\overline{a41}=441,\overline{b1}=61\Rightarrow S=\overline{a61}=961$.............***2p***

$c=5\Rightarrow\overline{ab5}\in\left\{15^2,25^2\right\}\Rightarrow\overline{b5}=25\Rightarrow S=23^2\neq\overline{ab5}$ ***1p***

$c=9\Rightarrow\overline{ab9}\in\left\{13^2,19^2,23^2,29^2\right\}\Rightarrow\overline{b9}\in\left\{26,69,89\right\}\Rightarrow S\in\left\{15^2,35^2,45^2\right\}\neq\overline{ab9}$ ***1p***